TMA4101/4106/4111/4121

4 - 7 - TESTEKSAMENSSETT

$\boxed{1}$ Utled det eksplisitte endeligdifferanseskjemaet

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{ij}}{k} = \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2}$$

for varmelikningen.

$\boxed{2}$ Regn ut

$$\int_\Gamma \sin\left(\frac{1}{z}\right)\, dz$$

der Γ er enhetssirkelen i det komplekse planet.

$\boxed{3}$ Skriv opp Maxwells likninger og utled Poissons likning fra antagelsen om statisk tilfelle.

$\boxed{4}$ Vis at laplaceoperatoren blir

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$

i polarkoordinater.

$\boxed{5}$ Utled d'Alemberts løsning

$$u(x,t) = \frac{1}{2}\left(f(x+ct) + f(x-ct)\right) + \frac{1}{2c}\int_{x-ct}^{x+ct} g(t)\, dt.$$

av bølgelikningen på $\mathbb{R} \times (0, \infty)$ med initialkrav

$$u(x,0) = f(x) \qquad u_t(x,0) = g(x).$$

$\boxed{6}$ Finn SVD-faktoriseringen til

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{7}$ La

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Finn en matrise P slik at P^TAP er diagonal og kolonnene i P er A-ortogonale.

$\boxed{8}$ Vis at løsningen $\mathbf{x}$ til det lineære likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ er et kritisk punkt for funksjonen

$$V(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T A\mathbf{x} - \mathbf{x}^T\mathbf{b}$$

dersom A er symmetrisk og positiv definitt.

$\boxed{9}$ Finn kondisjonstallet til matrisen i oppgave 7.

$\boxed{10}$ Vis at spektralradien til en matrise ikke tilfredsstiller aksiomene for lengde.