

3 - 9 - ANALYSENS FUNDAMENTALTEOREM III - LF

6-9 Også gjort i forelesning den 8. oktober. Disse passer heller ikke på eksamen.

10 Her blir fluksen null. Venstresiden i

$$\iint_{\Omega} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \int_{\partial\Omega} f^T N ds$$

er jo null siden integranden er det. Vi dobbeltsjekker ved å regne ut fluksen. Parametriseringen for sirkelen er

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$$

og enhetsutnormalvektoren er

$$N = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix},$$

slik at fluksen blir

$$\int_{\partial\Omega} f^T N ds = \int_0^{2\pi} (1 + \sin t) \cos t dt = 0.$$

11-12 Dersom strømningsfeltet er konservativt, er det gradienten til et skalarfelt, og dersom skalarfeltet er harmonisk, er divergensen til flytfeltet null, slik at væsken er inkompressibel. Det er også lett å sjekke at rotasjonen til en gradient er null, så litt forenklet kan vi si at gradienten til en harmonisk funksjon er en modell av inkompressibel og rotasjonsfri væskeflyt. Ikke en spesielt bra modell kanskje, men i gamle dager var det det de hadde.