2 - 9 - KOMPLEKSE INDREPRODUKTROM - LF

$\boxed{1}$ Den adjungerte til

$$A = \begin{pmatrix} 1+i & 1-i \\ 2 & -i \\ 2-i & 1+i \end{pmatrix}$$

er

$$A^* = \begin{pmatrix} 1-i & 2 & 2+i \\ 1+i & i & 1-i \end{pmatrix}$$

$\boxed{2}$ La

$$z = z_1 + z_2 i \qquad w = w_1 + w_2 i \qquad |w| = 1.$$

og

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{w}_\perp = \begin{pmatrix} -w_2 \\ w_1 \end{pmatrix}$$

Vi beregner:

$$\begin{aligned} w^* z &= (w_1 - w_2 i)(z_1 + z_2 i) \\ &= w_1 z_1 + w_2 z_2 + (-z_1 w_2 + z_2 w_1) i \\ &= \mathbf{z}^T \mathbf{w} + \mathbf{z}^T \mathbf{w}_\perp i \end{aligned}$$

Produktet $w^* z$ sin realdel er skalarprojeksjonen av $\mathbf{z}$ på $\mathbf{w}$, mens imaginærdelen er skalarprojeksjonen av $\mathbf{z}$ på normalen til $\mathbf{w}$. Hvis du ikke synes dette er vakkert, er du en hard nøtt.