Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i
TMA4121 Matematikk 4 for MTELSYS, MTTK og MTKJ

Faglig kontakt under eksamen: Johanna Ulvedal Marstrander

Tlf: 41355455

Eksamensdato: 29.05.2024

Eksamenstid (fra–til): 15:00 - 19:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: E: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:
Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 Finn svd-faktoriseringen til

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Oppgitt: Matrisen $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ har egenvektormatrise $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Oppgave 2 Regn ut

$$\int_\Gamma \frac{\sin z}{z}\, dz$$

der Γ er enhetssirkelen i det komplekse planet.

Oppgave 3 Vis at

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2}$$

i polarkoordinater.

Oppgave 4

a) Utled Poissons likning fra Maxwells likninger og antagelsen om statisk tilfelle.

b) Utled bølgelikningen fra Maxwells likninger og antagelsen om tomt rom.

Oppgitt:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \Delta \mathbf{F}.$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} &= 0 \\ c^2 \nabla \times \mathbf{B} &= \frac{\mathbf{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{aligned}$$

Oppgave 5 La Ω være en kule i $\mathbb{R}^3$ med radius r og sentrum i x, og la u være en harmonisk funksjon.

a) Vis at

$$u(x) = \frac{1}{4\pi r^2} \iint_{\partial\Omega} u \, dS.$$

b) Vis at

$$u(x) = \frac{3}{4\pi r^3} \iiint_{\Omega} u \, dx.$$

Oppgave 6 La

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Finn en matrise P slik at $P^T AP$ er diagonal og kolonnene i P er A-ortogonale.

Oppgave 7 Finn den generelle løsningen til differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= \phantom{x_1 + {}} x_2 \\ \dot{x}_3 &= \phantom{x_1 + x_2 + {}} x_3 \end{aligned}$$

Oppgave 8 Vis at

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x,t)|^2 \, dx = 0$$

dersom Ψ er en løsning av schrödingerlikningen.