NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

# Eksamensoppgave i
# TMA4106 Matematikk 2 for MTELSYS, MTTK og MTKJ

**Faglig kontakt under eksamen:** Johanna Ulvedal Marstrander

**Tlf:** 41355455

**Eksamensdato:** 04.06.2024

**Eksamenstid (fra–til):** 15:00 - 19:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** E: Ingen hjelpemidler tillatt.

**Annen informasjon:**
Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

| **Informasjon om trykking av eksamensoppgave** | |
|---|---|
| **Originalen er:** | |
| **1-sidig** ☐ | **2-sidig** ☒ |
| **sort/hvit** ☒ | **farger** ☐ |
| **skal ha flervalgskjema** ☐ | |

Dato Sign

**Oppgave 1** La $\mathbf{x}$ og $\mathbf{y}$ være vektorer i $\mathbb{R}^n$. Vis at $\mathbf{x}$ og $\mathbf{y}$ er ortogonale hvis og bare hvis $\|\mathbf{x}+\mathbf{y}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{y}\|^2$.

**Oppgave 2** Finn fourierrekken til den $2\pi$-periodiske utvidelsen av

$$x(t) = \begin{cases} \pi + t & -\pi \le t < 0 \\ \pi - t & 0 \le t < \pi \end{cases}.$$

**Oppgave 3** Finn fourieromvendingen til $x : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ gitt ved $x(t) = \begin{cases} 1 & |t| \le 1 \\ 0 & |t| > 1 \end{cases}$.

**Oppgave 4** La $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

**a)** Finn gradienten til $f$.

**b)** Finn bunnpunktet til $f$.

**Oppgave 5** Finn det første ordens regresjonspolynomet til punktene $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,5)$.

**Oppgave 6** Løs initialverdiproblemet

$$\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + x(t) = u(t-1) \qquad x(0) = \dot{x}(0) = 0,$$

der $u$ er enhetssprangfunksjonen, og skisser løsningen.

**Oppgave 7** Finn løsningen til partikkel-i-boks-problemet

$$i\hbar\dot{\Psi}(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\Psi''(x,t), \qquad \Psi(0,t) = \Psi(\pi,t) = 0, \qquad \int_0^\pi |\Psi(x,t)|^2 \, dx = 1.$$

**Oppgave 8** Vis at dersom $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_n\}$ er en ortonormal vektormengde og

$$\mathbf{z} = \sum_{k=1}^{n} c_k \mathbf{v}_k \qquad \text{og} \qquad \mathbf{w} = \sum_{k=1}^{n} d_k \mathbf{v}_k,$$

så er

$$(\mathbf{z}, \mathbf{w}) = \sum_{k=1}^{n} c_k \overline{d_k}.$$

**Oppgave 9** Utled Cauchy-Riemannlikningene

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$$

for real- og imaginærdelen til en kompleks deriverbar funksjon.