Oppgave 1

a) Finn den ortogonale diaogonaliseringen til matrisen

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Finn svd-faktoriseringen til

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 2 Finn den adjungerte matrisen til

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -i & -1 & i \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & i & -1 & -i \end{pmatrix}.$$

Oppgave 3 Utled telegraflikningene for et langt ledningspar:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -L\frac{\partial i}{\partial t} \qquad \frac{\partial i}{\partial x} = -C\frac{\partial v}{\partial t}$$

Oppgave 4 Finn projeksjonen av $(-1, 0, 1, 0)^T$ ned på den ortogonale basisen gitt ved

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 5 Finn den generelle løsningen til differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_1 + x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= \phantom{x_1 + {}} x_2 + x_3 \\ \dot{x}_3 &= \phantom{x_1 + x_2 + {}} x_3 \end{aligned}$$

Oppgave 6 En projeksjon er en lineæroperator P som tilfredsstiller $P = P^2$. La $\mathbf{1} = (1, 1, \cdots, 1)^T$. Er matrisen

$$I - \frac{1}{n}\mathbf{1}\mathbf{1}^T$$

en projeksjon?

Oppgave 7 La A være en hermittisk matrise.

a) Vis at A har reelle egenverdier.

b) Vis at egenvektorene til distinkte egenverdier er ortogonale.

Oppgave 8 Vis at $\lim_{x \to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$.