Kunnskap for ei betre verd

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgåve i
TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS, MTTK og MTKJ

Fagleg kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf: 90849783

Eksamensdato: 06.08.2024

Eksamenstid (frå–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatne hjelpemiddel: E: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annan informasjon:
Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnast, og vegen til svaret er viktigare enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i utrekningane dine. Lykke til.

Målform/språk: nynorsk

Sidetal: 2

Sidetal vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgåve	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
svart/kvit ☒	**fargar** ☐
skal ha fleirvalskjema ☐	

Dato Sign

Oppgåve 1 Skriv ei pythonkode som løyser pendellikninga

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0,$$

ved Eulers eksplisitte metode.

Oppgåve 2 Løys differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_1 + 2x_2 \end{aligned}$$

med initialkrav $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$.

Oppgåve 3 Vis at den harmoniske rekka

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots$$

divergerer.

Oppgåve 4 Regn ut determinanten til matrisa

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Oppgåve 5 Skriv opp definisjonen på konvergent følge og vis at

$$\left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \cdots\right\}$$

konvergerer til 1.

Oppgåve 6 La

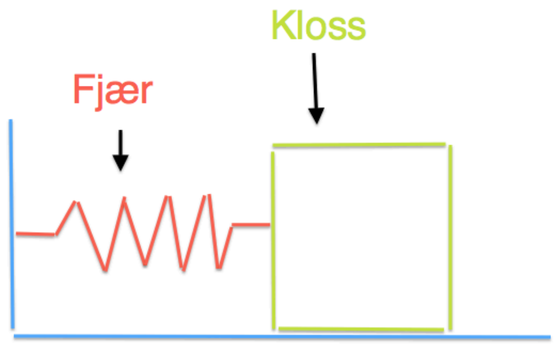
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Finnes det ein $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$ slik at likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ ikkje har ei løysing?
Finnes det ein $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$ slik at likningssystemet $B\mathbf{x} = \mathbf{c}$ ikkje har ei løsning?

Oppgåve 7 La z vere eit vilkårleg komplekst tall. Vis at $|z|^2 = |z^2|$.

Oppgåve 8 Finn eit tredjegradspolynom som går gjennom punkta $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$ og $(4, 0)$. Skisser polynomet og punkta.

Oppgåve 9 Ein kloss på 250 gram sklir friksjonsfritt mot underlaget og er oppspent i ei fjør, sjå figuren under. Klossen dras ut litt, holdes i ro, og slippes. Etter nøyaktig eitt sekund har den nådd tilbake til punktet den ble sluppet fra. Ka var fjørstivheta?



Oppgåve 10 Finn taylorrekka til $e^{-x^2/2}$ om $x = 0$ og bruk den til å skrive

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-x^2/2}\, dx$$

som ei alternerende rekke.