NTNU
Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i

TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS, MTTK og MTKJ

Faglig kontakt under eksamen: Morten Andreas Nome

Tlf: 90849783

Eksamensdato: 06.08.2024

Eksamenstid (fra–til): 09:00 - 13:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: E: Ingen hjelpemidler tillatt.

Annen informasjon:
Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 Skriv en pythonkode som løser pendellikningen

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0,$$

ved Eulers eksplisitte metode.

Oppgave 2 Løs differensiallikningssystemet

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= 2x_1 + x_2\\ \dot{x}_2 &= x_1 + 2x_2\end{aligned}$$

med initialkrav $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$.

Oppgave 3 Vis at den harmoniske rekken

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots$$

divergerer.

Oppgave 4 Regn ut determinanten til matrisen

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & -2 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 5 Skriv opp definisjonen på konvergent følge og vis at

$$\left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \cdots\right\}$$

konvergerer til 1.

Oppgave 6 La

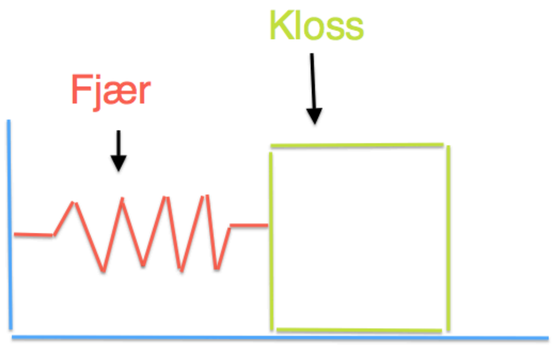
$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad \text{og} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0\\ 1 & -1 & 0\\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Finnes det en $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$ slik at likningssystemet $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ ikke har en løsning?
Finnes det en $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^3$ slik at likningssystemet $B\mathbf{x} = \mathbf{c}$ ikke har en løsning?

Oppgave 7 La z være et vilkårlig komplekst tall. Vis at $|z|^2 = |z^2|$.

Oppgave 8 Finn et tredjegradspolynom som går gjennom punktene $(0,6)$, $(1,2)$, $(2,3)$, $(3,4)$ og $(4,0)$. Skisser polynomet og punktene.

Oppgave 9 En kloss på 250 gram sklir friksjonsfritt mot underlaget og er oppspent i en fjær, se figuren under. Klossen dras ut litt, holdes i ro, og slippes. Etter nøyaktig ett sekund har den nådd tilbake til punktet den ble sluppet fra. Hva var fjærstivheten?



Oppgave 10 Finn taylorrekken til $e^{-x^2/2}$ om $x = 0$ og bruk den til å skrive

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 e^{-x^2/2}\, dx$$

som en alternerende rekke.