



Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

## Eksamensoppgave i **TMA4101 Matematikk 1 for MTELSYS, MTTK og MTKJ**

**Faglig kontakt under eksamen:** Morten Andreas Nome

**Tlf:** 90849783

**Eksamensdato:** 21.12.2023

**Eksamenstid (fra-til):** 09:00 - 13:00

**Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler:** E: Ingen hjelpemidler tillatt.

### **Annen informasjon:**

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes, og veien til svaret er viktigere enn svaret. Husk derfor å skrive alle steg i beregningene dine. Lykke til.

**Målform/språk:** bokmål

**Antall sider:** 2

**Antall sider vedlegg:** 0

**Kontrollert av:**

#### Informasjon om trykking av eksamensoppgave

Originalen er:

1-sidig  2-sidig

sort/hvit  farger

skal ha flervalgskjema

\_\_\_\_\_  
Dato

\_\_\_\_\_  
Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenkontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.



**Oppgave 1** Vis at  $\sqrt{3}$  ikke er et rasjonalt tall.

**Oppgave 2** Finn et tredjegradspolynom som går gjennom punktene  $(1, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, 4)$  og  $(4, 0)$ . Skisser polynomet og punktene.

**Oppgave 3** Er funksjonen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gitt ved

$$f(x_1, x_2) = x_1 x_2$$

injektiv? Eksisterer  $f^{-1}$ ?

**Oppgave 4** Løs initialverdiproblemet

$$\ddot{x} + \dot{x} + x = 1 \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$$

og skisser løsningen.

**Oppgave 5** Skriv en pythonkode som finner en tilnærmet løsning til likningen  $x = 2 + \ln x$  med Newtons metode. Hvor mange løsninger har likningen?

**Oppgave 6** Utled pendellikningen

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0,$$

der  $\theta$  er vinkelutslaget mot loddlinjen,  $l$  er pendelens lengde og  $g$  er tyngdeakselerasjonen. Utled at

$$m \frac{1}{2} (l\dot{\theta})^2 - mgl \cos \theta = C$$

der  $C$  er en konstant.

**Oppgave 7** En grevling har kravlet inn under verandaen og krepert. Kroppstemperaturen var 37 grader celsius når den døde, og etter ti timer hadde den sunket til 27 grader. Det er ti grader under verandaen. Hva var temperaturen etter femten timer dersom du legger Newtons avkjølingslov til grunn?

**Oppgave 8** Finn egenverdier og egenvektorer til matrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Oppgave 9** Finn en approksimasjon til løsningen til likningen  $x = \cos x$  ved å benytte maclaurinpolynomet (taylorpolynomet om  $x = 0$ ) av andre orden for cosinusfunksjonen.

**Oppgave 10** Skriv opp definisjonen på konvergent følge og vis at den geometriske rekken

$$1 + x + x^2 + \dots$$

ikke konvergerer når  $x = -1$ .