Oppgave 1 La $f : \Omega \to \mathbb{R}^2$ være gitt ved

$$f(x) = x_1^2 - x_2^2 + 1$$

der Ω er sirkelskiven $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 \leq 9$.

a) Finn tangentplanet til f i punktet $(1, 2)$.

b) Finn og klassifiser det kritiske punktet til f.

c) Finn volumet under grafen til f.

d) Finn en g slik at $f + ig$ er kompleks deriverbar.

Oppgave 2 Regn ut enhetstangentvektoren og enhetsnormalvektoren til

$$x(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ 2t \end{pmatrix}.$$

Oppgave 3 Finn massesenteret til en halv enhetskule som ligger slik at $x_3 \geq 0$. Anta konstant massetetthet.

Oppgave 4 Finn arbeidet vektorfeltet $f(x) = (x_2, -x_1)^T$ gjør på en partikkel som reiser én gang rundt ellipsen $2x_1^2 + x_2^2 = 1$ mot klokken.

Oppgave 5 Regn ut

$$\int_\Gamma e^{1/z}\, dz$$

der Γ er enhetssirkelen i det komplekse planet, traversert mot klokken.

Oppgave 6 Utled bølgelikningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} \right)$$

for et trommeskinn.

Oppgave 7 Vis at overflatearealet til en smultring er $4\pi^2 r_1 r_2$ der r_1 er avstanden fra sentrum av smultringen til sentrum av tverrsnittet og r_2 er radien til tverrsnittet. Du kan anta at $r_1 > r_2$.