

Oppgave 1 Løs initialverdiproblemene:

a) $\ddot{x}(t) + 2\dot{x}(t) + x(t) = 1 \quad x(0) = \dot{x}(0) = 0$

b) $\dot{x}_1(t) = -x_2(t) \quad x_1(0) = 1$

$\dot{x}_2(t) = x_1(t) \quad x_2(0) = 0$

Oppgave 2 Finn taylorrekken til sincfunksjonen

$$\text{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

om $x = 0$ og bruk den til å skrive

$$\int_0^\pi \text{sinc}(x) \, dx$$

som en rekke.

Oppgave 3 Skriv en kode som beregner integralet

$$\int_0^\pi \text{sinc}(x) \, dx$$

ved trapesmetoden.

Oppgave 4 Kloss- og fjærlikningen er $\ddot{x} + x = 0$. Vis at

$$\frac{1}{2} (\dot{x}^2 + x^2)$$

er konstant på en løsningstrajektorie.

Oppgave 5 La

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

Finn alle løsninger til systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Hvor mange dimensjoner har nullrommet til A ?

Oppgave 6 Finn alle komplekse tall som tilfredsstiller likningen $z^5 = 1 - i$.

Oppgave 7 Utled at

$$\frac{d}{dx}f^{-1}(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$

dersom f^{-1} eksisterer, f er deriverbar og $f'(f^{-1}(x)) \neq 0$.

Oppgave 8 La

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Finn A sine egenverdier og egenvektorer.

b) Finn A^{-1} .