

Oppgave 1 Løs differensiallikningssystemet

$$\dot{x}_1 = 0$$

$$\dot{x}_2 = x_1 - x_2$$

$$\dot{x}_3 = x_2 - x_3$$

med initialkrav $x_1(0) = 1$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 0$.

Oppgave 2

a) Finn Taylorrekken til $e^{-x^2/2}$ om punktet $x = 0$.

b) Uttrykk integralet

$$\int_{-1}^1 e^{-x^2/2} dx$$

som en alternerende rekke og gi et estimat for integralets verdi ved å summere de to første leddene.

Oppgave 3 La a og b være reelle tall. Bruk Eulers formel $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ til å utlede at

$$\cos(a + bi) = \cos a \cosh b - i \sin a \sinh b.$$

Oppgave 4 La n være et naturlig tall, og la $f(x) = x^n$. Bruk definisjonen av den deriverte til å vise at

$$f'(x) = nx^{n-1}.$$

Oppgave 5 La $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$.

a) Finn egenverdiene til A .

b) Finn A^{-1} .

Oppgave 6 Skriv en pythonkode som finner en tilnærmet løsning til initial-verdiproblemet

$$\begin{aligned}\dot{v} &= 2 - v^2 \\ v(0) &= 1\end{aligned}$$

med Eulers eksplisitte metode.

Oppgave 7 La

$$\begin{aligned}p(x) &= 4x^3 + 5x^2 + 6x + 7 \\ q(x) &= 2x^3 + 3x^2 + 4x + 5 \\ r(x) &= 3x^3 + 4x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

Finnes det konstanter a , b og c slik at likningen

$$a \cdot p(x) + b \cdot q(x) + c \cdot r(x) = 0$$

er oppfylt for alle x ?

Oppgave 8 En grevling på seks kilo sklir friksjonsfritt mot underlaget og er oppspent i en fjær, se figur. Grevlingen dras ut litt, holdes i ro, og slippes. Etter nøyaktig to sekunder har den nådd tilbake til punktet den ble sluppet fra. Hva var fjærstivheten?

