Oppgave 1 Finn det andre ordens regresjonspolyomet til punktene $(0,1)$, $(1,0)$, $(2,1)$ og $(3,2)$ ved å løse normallikningene, og skisser polynomet i samme figur som punktene.

Oppgave 2 Skriv opp aksiomene for komplekst indreprodukt. Vis at dersom $\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \cdots, \mathbf{v}_n\}$ er en innbyrdes ortonormal vektormengde og

$$\mathbf{z} = \sum_{k=1}^{n} c_k \mathbf{v}_k$$

er

$$(\mathbf{z}, \mathbf{z}) = \sum_{k=1}^{n} |c_k|^2.$$

Oppgave 3 Bruk separasjon av variable ($\Psi(x,t) = f(t)\psi(x)$) på schrödinger-likningen

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}(x,t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}(x,t) + V(x)\Psi(x,t)$$

til å utlede at

$$f(t) = e^{-Eit/\hbar}$$

og at

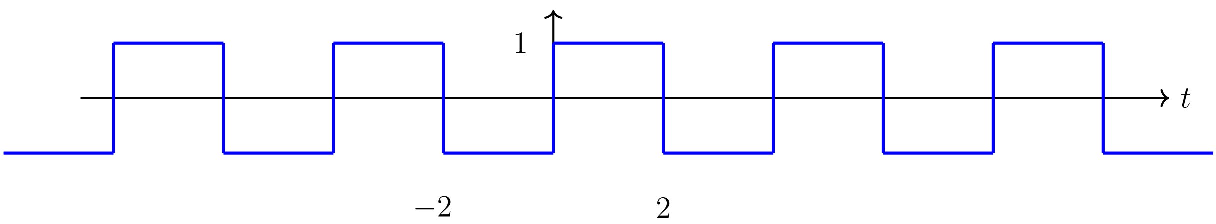
$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)\right)\psi = E\psi,$$

der E er separasjonskonstanten.

Oppgave 4 Finn fourieromvendingen til trekantpulsen

$$x(t) = \begin{cases} \pi - |t| & |t| \leq \pi \\ 0 & \pi < |t| \end{cases}.$$

Oppgave 5 Finn fourierrekken til dette firkantsignalet:
(Amplituden er 1 og perioden er 4.)



Oppgave 6 Finn den ortogonale diagonaliseringen til matrisen

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Oppgave 7 Skriv opp definisjonen på laplaceomvending, og utled regneregelen

$$\mathcal{L}(\dot{x}) = s\mathcal{L}(x) - x(0)$$

samt regnereglene for s-skift og t-skift.

Oppgave 8 Finn løsningen til initialverdiproblemet

$$\ddot{x}(t) + 4\dot{x}(t) + 4x(t) = \delta(t-1) \quad x(0) = 0 \quad \dot{x}(0) = 0.$$

Oppgave 9 Vis at vektorene i en innbyrdes ortogonal vektormengde må være lineært uavhengige så lenge ingen av dem er nullvektoren.

Oppgave 10 En generell projeksjonsmatrise P er definert ved likningen

$$P = P^2.$$

Vis at egenverdiene til P kun kan være 0 eller 1.